

Cvičení 6

Hypergeometrická funkce

Domácí úkol – Hladká potenciálová jáma (*termín odevzdání: 22.11.2017*)

Částice o hmotnosti M se pohybuje v jednorozměrném potenciálu

$$V(x) = -\frac{V_0}{\cosh^2 \frac{x}{a}}, \quad (1)$$

kde $a > 0$ a $V_0 > 0$ jsou parametry udávající šířku a hloubku potenciálové jámy. Předpokládejte, že energie $E < 0$, tj. uvažujte pouze vázané stavy.

1. Načrtněte potenciál.
2. Schrödingerovu rovnici převed'te pomocí vhodných substitucí na rovnici pro hypergeometrické funkce.
3. Napište obě lineárně nezávislá řešení diferenciální rovnice. Za jakých podmínek budou tato řešení kvadraticky integrovatelná? Nalezněte kvantovací podmínky a energetické spektrum.
4. Jaké podmínky musejí parametry a , V_0 a M splňovat, aby měl systém alespoň jeden vázaný stav?
5. Kolik bude mít systém vázaných stavů pro $a = V_0 = M = \hbar = 1$? Napište jejich energie.
6. (*nepovinně*) Zakreslete vlnové funkce příslušející energiím z předchozího bodu. Vlnové funkce nemusíte normalizovat.

Nápověda: Vlnovou funkci hledejte ve tvaru

$$\psi(x) = u(x) \cosh^\alpha \frac{x}{a}, \quad (2)$$

kde $\alpha < 0$. Zvolte vhodně tento parametr. Zaveďte nezávisle proměnnou

$$z = -\sinh^2 \frac{x}{a}. \quad (3)$$