

Cvičení 8

Potenciály s δ funkcemi

Domácí úkol – Diracův hřeben (pokračování) (termín odevzdání: 29.11.2017)

Je dán potenciál složený z periodicky se opakujících δ funkcí

$$V(x) = c \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(x - na), \quad (1)$$

jehož vlnové funkce na intervalu $x \in (na; (n+1)a)$, $n \in \mathbb{Z}$, $c > 0$, $E > 0$ jsou podle Blochova teorému

$$\psi_q(x) = [A e^{ik(x-na)} + B e^{-ik(x-na)}] e^{iqna}, \quad (2)$$

kde q je krystalová hybnost (kvazihybnost) částice. Vztah mezi $k = \sqrt{2ME}/\hbar$ a K zní

$$\cos qa = \cos ka + \frac{K}{2k} \sin ka, \quad (3)$$

kde $K = 2Mc/\hbar^2$ (M je hmotnost částice).

1. Pro dvě hodnoty $K = 1$ a $K = 10$ vypočítejte a zakreslete do grafu disperzní relaci $E(q)$ pro nejnižší čtyři energetické pásy. Uvažujte následující konvenci: pokud $\pi n \leq ka \leq \pi(n+1)$, pak $\pi n \leq qa \leq \pi(n+1)$, $n \in \mathbb{Z}$.
2. Vypočítejte grupovou rychlost

$$v_g = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E}{\partial q} \quad (4)$$

a zakreslete její závislost na q a na E pro dvě hodnoty parametru $K = 1$, $K = 10$ a nejnižší čtyři energetické pásy. Srovnajte s případem volné částice.

3. Najděte řešení Schrödingerovy rovnice pro případ $K < 0$ (v tomto případě může být energie i záporná). Podobně jako v bodě 1. zakreslete disperzní relaci $E(q)$ pro $K = -1$ a $K = -10$.
4. Nalezněte parametry A , B vlnové funkce. Vlnovou funkci normalizujte na vzdálenosti mezi dvěma delta funkcemi:

$$\int_0^a |\psi_q(x)|^2 dx = 1. \quad (5)$$

Pro všechny numerické výpočty předpokládejte $a = M = \hbar = 1$.