Cvičení 2

Dekoherence

Domácí úkol – Zenonův jev pro Ramseyův přístroj *(termín odevzdání: 7.2.2018)*

Částice se spinem 1/2 a velikostí magnetického momentu μ připravená ve stavu $|\psi_i\rangle = |+\rangle$ (spin ve směru osy z) vlétá do Ramseyova přístroje sestávajícího se z N Ramseyových zón. V každé zóně na ni působí působí magnetické pole složené ze stacionární složky $\boldsymbol{B}_0$ směřující podél osy z a rotující složky $\boldsymbol{B}_1(t)$ v rovině (x, y)

$$\begin{aligned} \boldsymbol{B}_0 &= (0, 0, B_0) \\ \boldsymbol{B}_1(t) &= (B_1 \cos \omega t, -B_1 \sin \omega t, 0) \end{aligned} \tag{1}$$

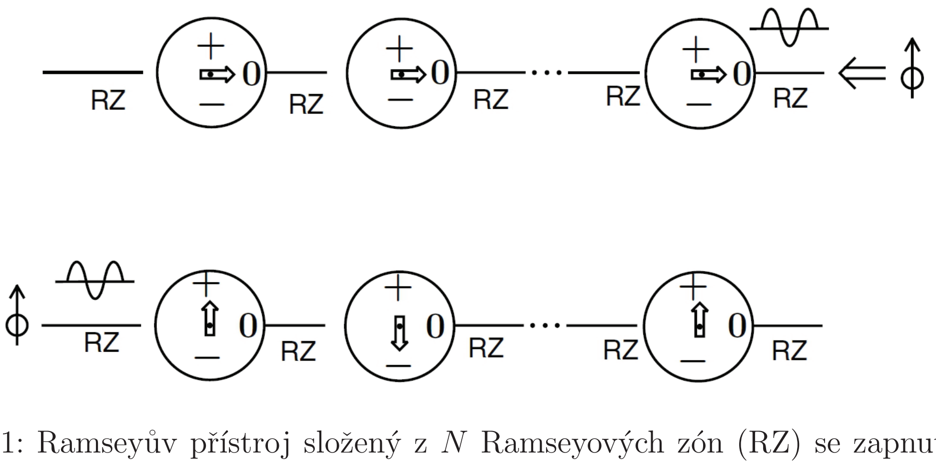
a částice v ní stráví dobu dobu τ. Mezi zónami je tzv. *monitorovací oblast*, ve které je magnetické pole $\boldsymbol{B}_1$ vypnuté a místo toho je zapnuto monitorování pomocí dalšího spinu o velikosti 1/2. Tento spin se z neutrální polohy

$$|\phi_i\rangle = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 - \mathrm{i} \\ 1 + \mathrm{i} \end{pmatrix} \tag{2}$$

po interakci s procházejícím spinem za působení Hamiltoniánu

$$\mathsf{H}_0' = \begin{cases} -\mu B_0 \sigma_3 \otimes \left[\mathbb{1} + \frac{\lambda}{2} (\mathbb{1} - \sigma_1)\right] , & \tau \leq t < \tau + T_0 \, , \\ -\mu B_0 \sigma_3 \otimes \mathbb{1} \, , & \tau + T_0 \leq t < \tau + T \, , \end{cases} \tag{3}$$

[σ_1 je první Pauliho matice, $\lambda = \pi\hbar/(2\mu B_0 T_0)$] přepne do polohy $|+\rangle$ nebo $|-\rangle$ podle orientace prolétávajícího spinu, viz obrázek. V monitorovací oblasti stráví částice dobu T. Změřením orientace monitorovacích spinů můžeme určit, v které z Ramseyových zón se orientace prolétávajícího spinu překlopila.



Obrázek 1: Ramseyův přístroj složený z N Ramseyových zón (RZ) se zapnutým oscilujícím polem, mezi kterými se nacházejí monitorovací oblasti znázorněné kroužky. Spin prochází přístrojem zprava doleva. Nahoře je zakreslena situace v čase $t = 0$, dole v čase $t = N\tau + (N - 1)T$.

1. Pro Ramseyův přístroj $N = 2$ (tj. ten, který se počítal na cvičení) s vypnutým monitorováním $\lambda = 0$ nalezněte pravděpodobnost $P^{(2)}_{(++)}$, že spin vylétne ve stejném stavu, v jakém do přístroje vlétal (nepřeklopí se při průchodu přístrojem).

2. Nalezněte pravděpodobnost $P^{(2)'}_{(++)}$, že se spin nepřeklopí při zapnutém monitorování. Ukažte, že v rezonančním případě $\omega = \omega_0$, kde $\omega_0 = 2\mu B_0/\hbar$, je tato pravděpodobnost je vyšší než $P^{(2)}_{(++)}$.

3. Nalezněte pravděpodobnost $P^{(N)'}_{(++)}$, že se spin nepřeklopí při zapnutém monitorování po průchodu N Ramseyovými zónami.

4. Nalezněte pravděpodobnost $P^{(N)}_{(++)}$, že se spin nepřeklopí při vypnutém monitorování. Uvažujte zde pouze rezonanční případ $\omega = \omega_0$.

5. Pro $N = 3$ a rezonanční případ nalezněte podmínku, za které

   - $P^{(N)}_{(++)} > P^{(N)'}_{(++)}$,
   - $P^{(N)}_{(++)} < P^{(N)'}_{(++)}$.

Poznámka:

Vliv měření na pravděpodobnost přežití (pravděpodobnost rozpadu) se nazývá *kvantový Zenonův jev*. Poprvé ho zmínil již Alan Turing, obecné odvození rozpracovali A. Degasperis, L. Fonda a G.C. Ghirardi (1974).