

14 Rozptyl nerozlišitelných částic (termín odevzdání: 11.4.2024)

Interakce dvou částic s hmotností M a spinem $s = \frac{1}{2}$ je popsána potenciálem

$$V(r) = V_0(r) - V_s(r) \boldsymbol{\sigma}^{(1)} \cdot \boldsymbol{\sigma}^{(2)}$$

kde r je vzájemná vzdálenost obou částic a $\frac{\hbar}{2} \boldsymbol{\sigma}^{(1,2)}$ jsou spinové operátory (dané Pauliho maticemi) odpovídající jednotlivým částicím. Potenciály $V_0(r)$, $V_s(r)$ nejsou pro začátek blíže specifikovány. Předpokládejte pouze, že interakce jsou dostatečně krátkodosahové, takže integrály

$$v_0(\mathbf{q}) = \int e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} V_0(r) d^3\mathbf{r},$$

$$v_s(\mathbf{q}) = \int e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} V_s(r) d^3\mathbf{r},$$

existují a jsou konečné ($\mathbf{q} = \mathbf{k} - \mathbf{k}'$ je rozdíl vlnového vektoru libovolné z částic před a po interakci, počítaný v těžišťové soustavě).

- Uvažujte nejprve, že částice jsou rozlišitelné. V rámci 1. Bornovy aproximace vyjádřete amplitudy rozptylu

$$\begin{aligned} f_{\uparrow\uparrow \rightarrow \uparrow\uparrow}(\mathbf{k}', \mathbf{k}), & & f_{\downarrow\downarrow \rightarrow \downarrow\downarrow}(\mathbf{k}', \mathbf{k}), \\ f_{\uparrow\downarrow \rightarrow \uparrow\downarrow}(\mathbf{k}', \mathbf{k}), & & f_{\uparrow\downarrow \rightarrow \downarrow\uparrow}(\mathbf{k}', \mathbf{k}), \end{aligned}$$

a odpovídající diferenciální účinné průřezy, přičemž šipky udávají orientace jednotlivých spinů před interakcí a po interakci; poslední případ odpovídá procesu, kdy si jednotlivé částice během interakce prohodí spin.

- Pokud částice budou *nerozlišitelné*, po účinných průřezech jakých procesů má smysl se ptát?
- Pro speciální případ interakce Yukawova typu

$$V_0(r) = \frac{\rho}{r} e^{-\mu r}, \quad V_s(r) = \frac{\rho}{r} e^{-\nu r},$$

kde $\rho, \mu, \nu > 0$, spočítejte nenulové účinné průřezy pro rozlišitelné i nerozlišitelné částice. Diskutujte obdržené výsledky.