

Domácí úkol – Isotopický posun energie (termín odevzdání: 5.1.2022, 6.1.2022)

Hamiltonián elektronu pohybujícího se v blízkosti bodového atomového jádra se Z protony má tvar

$$\hat{H}_0 = \frac{\hat{\mathbf{p}}^2}{2m} - \frac{\gamma Z}{\hat{r}},$$

kde m je hmotnost elektronu (předpokládáme, že je malá v porovnání s hmotností jádra), $\gamma = e^2/(4\pi\epsilon_0)$, e je elementární náboj a ϵ_0 permitivita vakua. Zanedbáváme vliv ostatních případných elektronů v atomovém obalu a neuvažujeme spin-orbitální vazbu. Energie základního stavu $1s$ elektronu a odpovídající vlnová funkce v tomto zjednodušeném případě jsou

$$E_0^{(0)} = -\frac{mZ^2\gamma^2}{2\hbar^2} = -\frac{Z^2\gamma}{2a_0},$$
$$\psi_0(r, \theta, \phi) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{Z}{a_0}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{Zr}{a_0}},$$

kde $a_0 = \hbar^2/(\gamma m)$ je Bohrov poloměr.

Ve skutečnosti však má jádro konečný poloměr, který lze v prvním přiblížení aproximovat vzorcem

$$R = R_0 \sqrt[3]{A},$$

kde $R_0 = 1,2$ fm a A je atomové číslo (celkový počet nukleonů).

Předpokládejte, že hustota elektrického náboje v jádře je konstantní.

1. Určete Hamiltonián \hat{H} elektronu, který se pohybuje v okolí jádra konečného poloměru. Rozdíl mezi \hat{H} a \hat{H}_0 uvažujte jako malou poruchu \hat{H}_1 .
2. V prvním řádu poruchové teorie spočítejte opravu k energii základního stavu elektronu, způsobenou konečností poloměru atomového jádra.
3. Vypočítejte číselnou hodnotu *isotopického posunu* energie základního stavu mezi v přírodě pozorovaným nejtěžším $A = 124$ a nejlehčím $A = 112$ stabilním izotopem cínu Sn ($Z = 50$).²⁹

²⁹Cín je prvek s největším množstvím stabilních izotopů.