Domácí úkol – Dvouhladinový systém s periodickou poruchou *(termín odevzdání: 8.3.2022)*

Dvouhladinový systém je popsaný Hamiltoniánem

$$
\begin{aligned}
\hat{\mathsf{H}}(t) &= \hat{\mathsf{H}}_0 + \hat{\mathsf{H}}_{\mathrm{I}}(t), \\
\hat{\mathsf{H}}_0 &= \begin{pmatrix} E_1^{(0)} & 0 \\ 0 & E_2^{(0)} \end{pmatrix} \equiv E_1^{(0)} \left|\phi_1\right\rangle \left\langle\phi_1\right| + E_2^{(0)} \left|\phi_2\right\rangle \left\langle\phi_2\right|, \\
\hat{\mathsf{H}}_{\mathrm{I}}(t) &\equiv \Theta(t) \begin{pmatrix} 0 & \gamma\, \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t} \\ \gamma\, \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t} & 0 \end{pmatrix} = \Theta(t) \left[\gamma\, \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t} \left|\phi_1\right\rangle \left\langle\phi_2\right| + \gamma\, \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t} \left|\phi_2\right\rangle \left\langle\phi_1\right|\right],
\end{aligned}
$$

přičemž operátor $\hat{\mathsf{H}}_{\mathrm{I}}(t)$ představuje periodickou poruchu, která je zapnuta v čase $t_0 = 0$ (formálně zapsáno pomocí Heavisideovy skokové funkce Θ), γ je reálný parametr, který určuje sílu poruchy, a $E_{1,2}^{(0)}$ jsou neporušené energie.

Před zapnutím poruchy v čase $t \leq 0$ je systém ve stavu $\left|\phi_i\right\rangle \equiv \left|\phi_1\right\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

1. Spočítejte neporuchově pravděpodobnost $\mathcal{P}_{1\to 2}(t)$, že systém v čase v čase $t > 0$ přejde do stavu $\left|\phi_2\right\rangle$. Vzorec, který dostanete, se nazývá *Rabiho formule*.

2. Řešte totéž do druhého řádu nestacionární poruchové teorie a získanou pravděpodobnost srovnejte s přesným řešením. Za jaké podmínky toto přibližné řešení dobře aproximuje přesný výsledek?

3. Za jaké podmínky lze v čase $t > 0$ naměřit systém ve stavu $\left|\phi_2\right\rangle$ s pravděpodobností jedna?