

11 Symbolické výpočty

Symbolické výpočty znamenají výpočty s celými algebraickými výrazy: jejich upravování, integrování, derivování a podobně.⁴⁹ V Pythonu sice existuje knihovna `sympy`⁵⁰ pro symbolické manipulace, avšak pro rozsáhlejší výpočty jsou optimalizovanější a jednodušší k použití komerční produkty `Mathematica` či `Maple`. My se v tomto cvičení seznámíme s nejjednoduššími základy práce v produktu `Mathematica`.⁵¹

11.1 Mathematica

Program Wolfram Mathematica má za sebou již více než 30 let vývoje. Lze ho použít jako rozšířenou kalkulačku pro jednoduché výpočty a vykreslování grafů, ale jeho skutečná síla je v efektivním skloubení možnosti práce se symbolickými výrazy spolu s numerickými výpočty v libovolné přesnosti. Mathematica obsahuje nepřehledné množství funkcí, které zahrnují velkou část klasické i moderní matematiky (řešení algebraických i diferenciálních rovnic, teorie čísel, neuronové sítě, strojové učení, statistické nástroje, pokročilé metody vizualizace, interaktivní grafy, analýza časových řad a další). Umožňuje psát vlastní rozsáhlé programy v optimalizovaném (i když co se syntaxe týče trochu neobvyklém) programovacím jazyku. Všechny výpočty lze spouštět buď lokálně, nebo na velkých výpočetních clusterech.

Mathematica je sice placený produkt, avšak MFF UK má zakoupenou hromadnou licenci, kterou může používat každý náš student nebo zaměstnanec ([návod na instalaci](#)). Existuje verze zdarma pro počítače Raspberry Pi s operačním systémem Raspbian.

V [repozitáři](#) naleznete soubor `mathematica.nb`, který obsahuje jednoduchý úvod se základními funkcemi programu Mathematica. Projděte si ho příkaz po příkazu, pomůže vám naučit se syntaxi a zároveň vás seznámí s nejdůležitějšími a nejpoužívanějšími funkcemi a příkazy. Pro začátek je důležité vědět, že příkazy se spustí klávesovou kombinací `CTRL + Enter` (je to stejné jako v pythonovském programovacím prostředí Jupyter). Na příkladu tohoto vzorového souboru vypracujte následující úlohy.

Úkol 11.1: *Spočítejte limitu*

$$\lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{\sin x}{\sin a} \right)^{\frac{1}{x-a}}. \quad (102)$$

Úkol 11.2: *Nalezněte primitivní funkci*

$$F(x) = \int \sqrt{1+x^4} dx \quad (103)$$

a vykreslete její graf pro $x \in \langle 0, 2 \rangle$.

Úkol 11.3: *Vyřešte diferenciální rovnici pro matematické kyvadlo s velkou výchylkou*

$$y''(t) = -\sin y(t) \quad (104)$$

s počátečními podmínkami

$$y(0) = 0, \quad y'(0) = 1 \quad (105)$$

a srovnajte v grafu s řešením linearizované rovnice

$$y''(t) = -y(t). \quad (106)$$

Pokud se chcete s možnostmi programu Mathematica seznámit hlouběji a dozvědět se více o pokročilých možnostech programování, které nabízí, můžete navštěvovat dedikovanou přednášku Dr. Tomáše Ledvinky [Použití systémů počítačové algebry ve fyzice](#).

⁴⁹Programy pro symbolické výpočty se také nazývají *Computer Algebra Systems*, CAS.

⁵⁰Tuto knihovnu začal vyvíjet v roce 2005 tehdy ještě student fyziky MFF UK Ondřej Čertík.

⁵¹Pěkné srovnání funkcionalit a syntaxe knihovny `sympy` a programu Mathematica najdete na <https://github.com/sympy/sympy/wiki/SymPy-vs.-Mathematica>